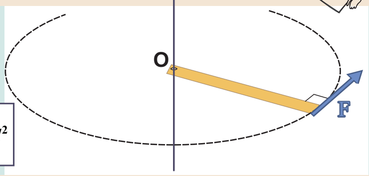
Μηχανική στερεού σώματος

Ράβδος

Ράβδος που περιστρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο

το βάρος δε δημιουργεί ροπή γιατί είναι παράλληλο στον άξονα περιστροφής



$$I_o = I_{cm} + M\cdot\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{12}Ml^2 + M\frac{l^2}{4} = \frac{1}{3}Ml^2$$

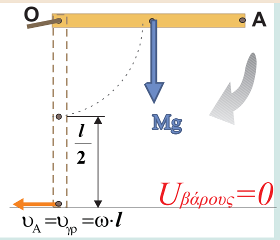
Ράβδος που περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο

προσέχω γύρω από ποιον άξονα περιστρέφεται η ράβδος για να υπολογίσω σωστά τη ροπή αδράνειας (I)

αν περιστρέφεται με την επίδραση μόνο του βάρους τότε ισχύει η Δ.Μ.Ε

$$Mgl = \frac{1}{2}I_O\omega^2 + Mg\frac{l}{2}$$

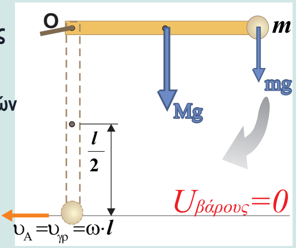
όλα τα σημεία της ράβδου έχουν το ίδιο ω και γραμμικές ταχύτητες (υ) διαφορετικού μέτρου



αν στη ράβδο είναι "κολλημένες" και σημειακές μάζες υπολογίζω σωστά τη ροπή αδράνειας του συστήματος και στην εφαρμογή Δ.Μ.Ε δε ξεχνώ τη δυναμική ενέργεια των σημειακών μαζών

$$Mgl + mgl = \frac{1}{2}I_{συσ}\omega^2 + Mg\frac{l}{2}$$

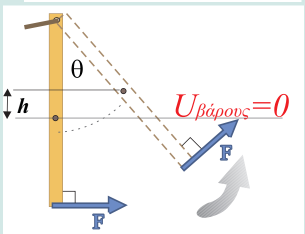
όπου $I_{συσ} = \frac{1}{3}Ml^2 + ml^2$



αν ασκείται και εξωτερική δύναμη F όπως στο σχήμα τότε σύμφωνα με τη διατήρηση της ενέργειας:

$$E_{ΜΗΧ(ΤΕΛ)} - E_{ΜΗΧ(ΑΡΧ)} = W_{\tau_F} = F\cdot l\cdot\theta$$

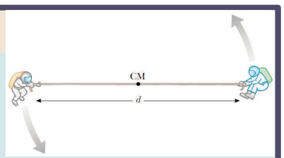
$$\frac{1}{2}I_O\omega^2 + Mgh - 0 = F\cdot l\cdot\theta$$ όταν $\omega_0 = 0$

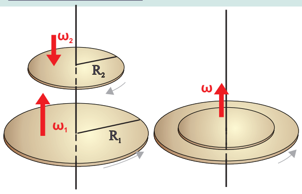


Διατήρηση της στροφορμής

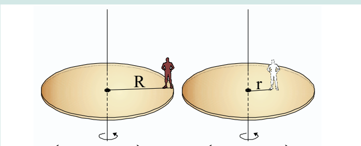
Παραδείγματα

$\vec{L}_{πριν} = \vec{L}_{μετά}$ όταν $\sum\vec{\tau}_{εξ}\cdot dt = 0$

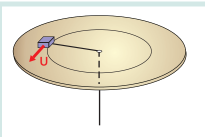




$$I_1\omega_1 - I_2\omega_2 = (I_1 + I_2)\cdot\omega$$

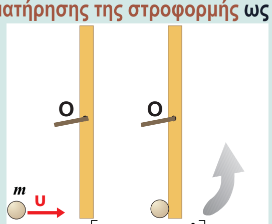


$$(I_δ + mR^2)\cdot\omega_α = (I_δ + mr^2)\cdot\omega_τ$$

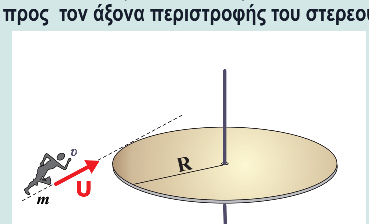


$$I_α\omega_α = I_τ\omega_τ$$

Κατά την κρούση σημειακής μάζας με στερεό το οποίο πριν ή μετά την κρούση μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, εφαρμόζω την αρχή διατήρησης της στροφορμής ως προς τον άξονα περιστροφής του στερεού



$$mυ\cdot\frac{l}{2} = \left[I_o + m\cdot\left(\frac{l}{2}\right)^2\right]\cdot\omega_{συστ}$$



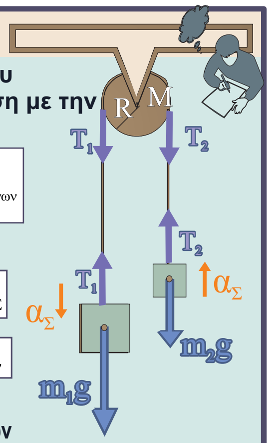
$$mυ\cdot R = \left[I_{δίσκου} + m\cdot R^2\right]\cdot\omega_{συστ}$$

Συστήματα σωμάτων

Ακίνητη τροχαλία

η γραμμική επιτάχυνση ενός σημείου στην περιφέρεια του τροχού είναι ίση με την επιτάχυνση $α_Σ$ των δύο σωμάτων

$$\alpha_Σ = a_{γρ} = \frac{dυ}{dt} = \frac{d(\omega\cdot R)}{dt} = R\cdot\frac{d\omega}{dt} = R\cdot a_{γων}$$



Σώμα 1 $m_1\cdot g - T_1 = m_1\cdot a_Σ$

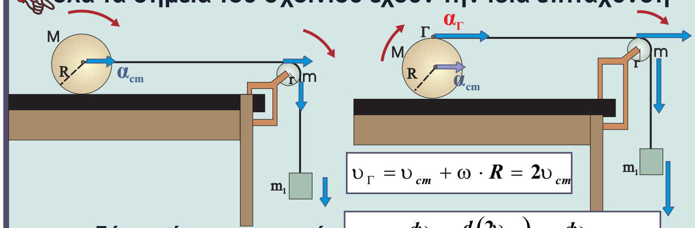
Σώμα 2 $T_2 - m_2\cdot g = m_2\cdot a_Σ$

Ακίνητη τροχαλία $T_1\cdot R - T_2\cdot R = I\cdot a_{γων}$

Σύμφωνα με την (Α.Δ.Ε) η μεταβολή της δυναμικής ενέργειας των δύο σωμάτων μετατρέπεται σε κινητική λόγω μεταφοράς του (1) και του (2) και σε κινητική λόγω στροφικής κίνησης στην τροχαλία

όταν η τροχαλία έχει αμελητέα μάζα ή περιστρέφεται με ω=σταθ. τότε $T_1 = T_2$

όλα τα σημεία του σχοινιού έχουν την ίδια επιτάχυνση



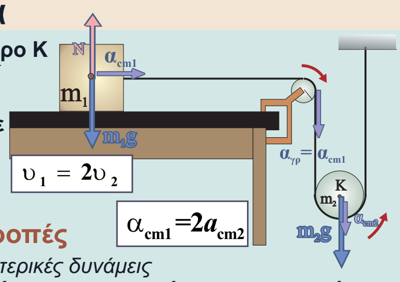
$$υ_Γ = υ_{cm} + \omega\cdot R = 2υ_{cm}$$

και στα δύο σχήματα ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει

$$a_{γρ(Γ)} = \frac{dυ_Γ}{dt} = \frac{d(2υ_{cm})}{dt} = 2\frac{dυ_{cm}}{dt} = 2a_{cm}$$

Κινητή τροχαλία

Αν σε κάποιο χρόνο το κέντρο K της τροχαλίας μετατοπιστεί κατά y_K τότε το m_1 θα μετατοπιστεί κατά $2y_K$ οπότε



$$υ_1 = \frac{dx}{dt} = \frac{d(2y_K)}{dt} = 2\frac{dy_K}{dt} = 2υ_2$$

$υ_1 = 2υ_2$

$\alpha_{cm1} = 2a_{cm2}$

Ενεργειακές μετατροπές

Αν δεν εξασκούνται άλλες εξωτερικές δυνάμεις

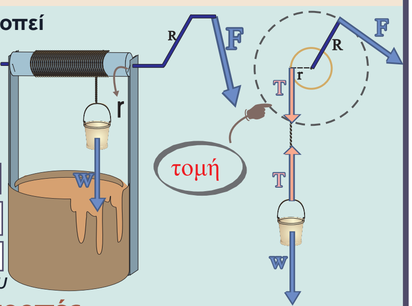
$ΔU_2$ →
- *$ΔK_2$ και λόγω περιστροφικής και μεταφορικής*
- *ΔK της ακίνητης τροχαλίας. λόγω περιστροφικής*
- *$ΔK_1$ μόνο λόγω μεταφορικής κίνησης*

Βαρούλκο

όταν το σύστημα ισορροπεί

κάδος $T = w$

κύλινδρος $F\cdot R - T\cdot r = 0$



όταν ο κάδος π.χ. ανεβαίνει επιταχυνόμενα

κάδος $T' - w = m\cdot a_Σ$

κύλινδρος $F\cdot R - T'\cdot r = I\cdot a_{γων}$

όπου $a_Σ = r\cdot a_{γων}$

η επιτάχυνση του κάδου

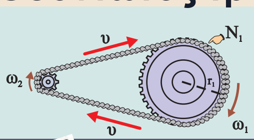
Ενεργειακές μετατροπές

$W_F = \tau_F\cdot\theta = mg\cdot h + \frac{1}{2}mυ_Σ^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ *με* $υ_Σ = \omega\cdot r$ *και* $h = r\cdot\theta$

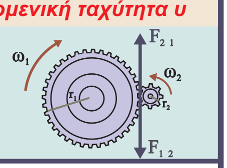
m η μάζα του κάδου I η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου h η ανύψωση του κάδου

Οδοντωτός τροχός

ίδια εφαπτομενική ταχύτητα υ



$$υ = \omega_1\cdot r_1 = \omega_2\cdot r_2$$



HELP Διαβάζω προσεκτικά την άσκηση "βλέπω" πόσα σώματα έχω και τί είδους κίνηση εκτελεί το καθένα!

Παλαιολόγου Ελένη
Φυσικός