

Ρευστά σε ισορροπία



Εισαγωγή

✓ **πυκνότητα** $\rho = \frac{m}{V}$ σε $\frac{kg}{m^3}$ (S.I.)

ασυμπίεστο ρευστό **πυκνότητα σταθερή**

$1cm = 10^{-2}m \rightarrow 1cm^2 = 10^{-4}m^2 \rightarrow 1cm^3 = 10^{-6}m^3$
 $1L = 10^{-3}m^3$ και $1 \frac{g}{cm^3} = 1000 \frac{kg}{m^3}$

✓ **πίεση** $P = \frac{F_{\perp}}{A}$ σε $\frac{N}{m^2} = Pa$ (S.I.)

εμβαδόν επιφάνειας επαφής

✓ **άλλες μονάδες μέτρησης πίεσης**
 $1Atm = 1,013 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \approx 76cmHg = 760mmHg = 760Torr$
 αλλά και $1bar = 10^5 Pa$ και $1psi = 1 \frac{lb}{in^2} = 6,89kPa$

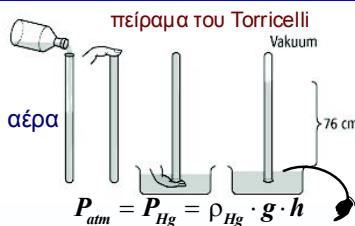
Υδροστατική και ατμοσφαιρική πίεση

✓ **υδροστατική πίεση**
 οφείλεται στο **βάρος του υγρού**

νόμος της υδροστατικής πίεσης

$P = \rho \cdot g \cdot h$

✓ **ατμοσφαιρική πίεση**
 οφείλεται στο βάρος του αέρα



$P_{atm} = P_{Hg} = \rho_{Hg} \cdot g \cdot h$

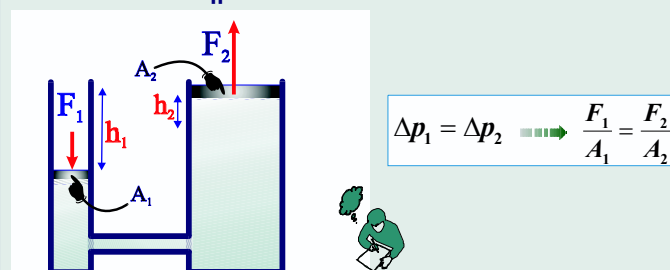
✓ **πίεση σε υγρό που έρχεται σε επαφή με την ατμόσφαιρα**

$P_{ολ} = P_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$

συνέπεια της αρχής του Pascal

Αρχή του Pascal

✓ **η πίεση που δημιουργεί ένα εξωτερικό αίτιο σε κάποιο σημείο του υγρού μεταφέρεται αναλλοίωτη σε όλα τα σημεία του**



ασυμπίεστο υγρό $V = \text{σταθ.}$ $\rightarrow A_1 \cdot h_1 = A_2 \cdot h_2$

αν θεωρήσουμε τα μέτρα των δυνάμεων F_1 και F_2 σταθερά τότε:

$W_1 = F_1 \cdot h_1 = |F_2| \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot h_1 = |F_2| \cdot h_2 = W_2$

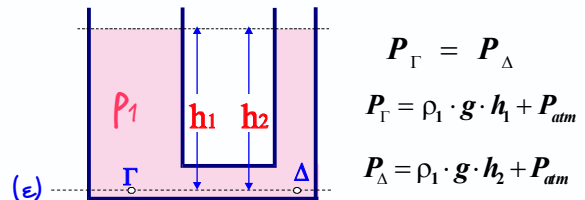
✓ **χρυσός κανόνας της μηχανικής**

ότι "κερδίζουμε" σε δύναμη το "χάνουμε" σε δρόμο και αντίστροφα



Παρατηρήσεις

✓ **συγκοινωνούντα δοχεία**
 στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο (ε) του ίδιου υγρού σε συγκοινωνούντα δοχεία επικρατεί **ίδια πίεση**

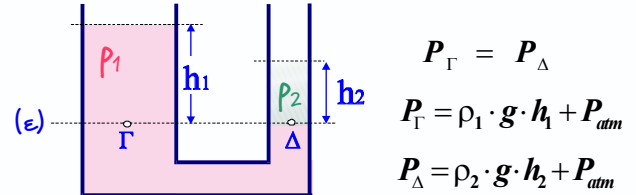


$P_{\Gamma} = P_{\Delta}$

$P_{\Gamma} = \rho_1 \cdot g \cdot h_1 + P_{atm}$

$P_{\Delta} = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 + P_{atm}$

✓ **ισορροπία διαφορετικών υγρών που δεν αναμειγνύονται**



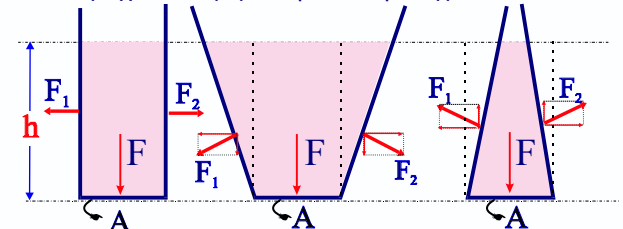
$P_{\Gamma} = P_{\Delta}$

$P_{\Gamma} = \rho_1 \cdot g \cdot h_1 + P_{atm}$

$P_{\Delta} = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 + P_{atm}$

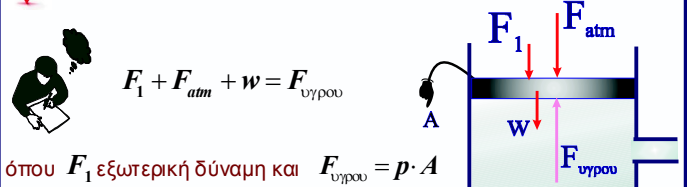
✓ **υδροστατικό παράδοξο**

ίδια πίεση στον πυθμένα, ίδια δύναμη παρ'όλου που περιέχουν διαφορετική ποσότητα υγρού το καθένα



Η δύναμη πάνω από τον πυθμένα είναι ίση με το βάρος στήλης υγρού με εμβαδόν A και ύψος h

✓ **δυνάμεις σε κατακόρυφο έμβολο που ισορροπεί**

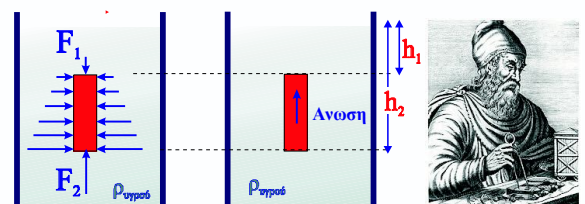


όπου F_1 εξωτερική δύναμη και $F_{υγρου} = p \cdot A$
 με P την πίεση του υγρού ακριβώς κάτω από το έμβολο.

✓ **εκτός πεδίου βαρύτητας**
 η πίεση αυτή είναι η ίδια σ' όλα τα σημεία του ρευστού.

η άνωση

✓ **η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ασκείται από το ρευστό στο σώμα λόγω της υδροστατικής πίεσης**



$F_A = \rho_{υγρ.} \cdot g \cdot V_{βυθ.σωματος}$

αρχή του Αρχιμήδη

κάθε σώμα βυθισμένο σε ρευστό δέχεται δύναμη ίση με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζει

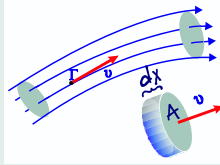
$F_A = (P_2 - P_1) \cdot A = \rho_{υγρ.} \cdot g \cdot (h_2 - h_1) \cdot A = \rho_{υγρ.} \cdot g \cdot V$

Ρευστά σε κίνηση

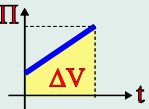


Ορισμοί

- ✓ **ιδανικά ρευστά:** **ασυμπίεστα** χωρίς **εσωτερική τριβή**
- ✓ **ρευματική γραμμή:** η τροχιά που διαγράφει ένα μόριο του ρευστού ή ταχύτητα του οποίου είναι **εφαπτόμενη** της ρευματικής γραμμής
- ✓ οι ρευματικές γραμμές **δεν τέμνονται** ούτε στρέφονται ή μια γύρω από την άλλη
- ✓ **συνιστούν νοητούς σωλήνες ροής**



παροχή $\Pi = \frac{dV}{dt} = \frac{A \cdot dx}{dt} = A \cdot v$ σε $\frac{m^3}{s}$ (S.I.)



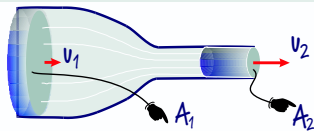
δυνάμεις κατά τη ροή υγρών $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

παράδειγμα υπολογισμού μέτρου δύναμης που δέχεται η υγρή στήλη στον άξονα x κατά την πρόσκρουση της στο τοίχωμα

$$F_x = \frac{dp}{dt} = \frac{dm}{dt}(0-v) = -\rho \cdot \frac{dV}{dt} \cdot v = -\rho \cdot A \cdot v^2$$

Εξίσωση συνέχειας

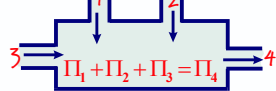
- ✓ **άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ύλης**
- ✓ για ένα ασυμπίεστο ρευστό ισχύει $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$



κατά μήκος ενός σωλήνα ή μιας φλέβας η παροχή διατηρείται σταθερή για ένα σύστημα σωλήνων οι οποίοι καταλήγουν στο ίδιο δοχείο



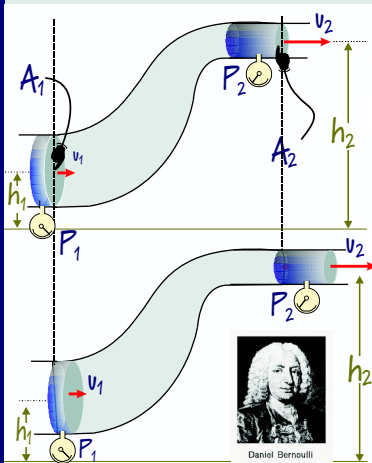
$$\Pi_{\text{εισ}} = \Pi_{\text{εξ}}$$



Εξίσωση Bernoulli

- ✓ **διατήρηση της ενέργειας** κατά μήκος της ροής ενός ιδανικού ρευστού

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2$$



Θ.Μ.Κ.Ε $\Delta K = W_B + W_{\text{ρευστού}}$

μεταβολή της κινητικής ενέργειας του ρευστού ανά μονάδα όγκου

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 - \frac{1}{2} \rho v_1^2 \text{ σε } \frac{J}{m^3} \text{ (S.I.)}$$

μεταβολή της δυναμικής ενέργειας του ρευστού ανά μονάδα όγκου

$$\rho g h_2 - \rho g h_1 \text{ σε } \frac{J}{m^3} \text{ (S.I.)}$$

έργο που παράγεται στη μονάδα όγκου του ρευστού από τις δυνάμεις που ασκούνται σ' αυτό από το "περιβάλλον ρευστό" λόγω διαφοράς πίεσης

$$P_1 - P_2 \text{ σε } \frac{N \cdot m}{m^2 \cdot m} = \frac{J}{m^3} \text{ (S.I.)}$$

Το συνολικό έργο που παράγεται από την πίεση ισούται με το άθροισμα των μεταβολών της κινητικής ενέργειας και της βαρυντικής δυναμικής ενέργειας



Daniel Bernoulli

Μερικές εφαρμογές

- ✓ **αλλαγή στο εμβαδόν διατομής της φλέβας του νερού**

$$P_o + \frac{1}{2} \rho v_o^2 + \rho g h = P + \frac{1}{2} \rho v^2$$

$$P_o = P = P_{atm} \text{ και } A_o \cdot v_o = A \cdot v$$

- ✓ **ταχύτητα εκροής**
το εμβαδόν διατομής A_o δεξαμενής πολύ μεγαλύτερο από το εμβαδόν διατομής A της οπής $v_o = \frac{A}{A_o} \cdot v \rightarrow 0$

κλειστή δεξαμενή

$$P_o + \rho g h = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho v^2$$

ανοικτή δεξαμενή

$$\rho g h = \frac{1}{2} \rho v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Θεώρημα Torricelli

βεληνεκές φλέβας

$$S = v \cdot t$$

$$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$v = \sqrt{2g(H-y)}$$

$$S^2 = 4y \cdot (H-y)$$

συφώνιο

$$v = \sqrt{2gh}$$

μέγιστο ύψος d χωρίς να διακοπεί η ροή του ρευστού

$$P_z \geq 0$$

✓ ροόμετρο του Ventouri

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$P_1 = \rho g h_1 + P_{atm}$$

$$P_2 = \rho g h_2 + P_{atm}$$

χρησιμοποιείται για τη μέτρηση ταχύτητας ροής σε ένα σωλήνα

✓ αρραγή στέγης

$$v_2 > v_1$$

$$P_2 < P_1$$

✓ ψεκαστήρας

$$v_K = 0$$

$$P_K = P_{atm}$$

για να ανέβει το υγρό $P_z = P_{atm} - \rho g h$
για την ίδια οριζόντια ρευματική γραμμή του αέρα

$$P_z + \frac{1}{2} \rho_a v^2 = P_K$$

Η αεροδύναμη

- ✓ **η δύναμη που δέχονται οι πτέρυγες λόγω διαφοράς πίεσης**

- ✓ η κατεύθυνση της, περίπου κάθετη προς τη χορδή της πτέρυγας
- ✓ το μέτρο της αυξάνεται όσο αυξάνεται η γωνία προβολής
- ✓ ενώ το σημείο εφαρμογής της μετατοπίζεται προς το μπροστινό τμήμα της πτέρυγας

- ✓ **δυναμική άνωση:** η κατακόρυφη συνιστώσα της αεροδύναμης.

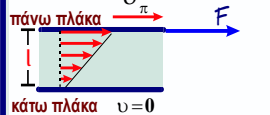
- ✓ οι πιέσεις που αναπτύσσονται είναι συνάρτηση της σχετικής ταχύτητας του αεροπλάνου ως προς τον αέρα

Η τριβή στα ρευστά

- ✓ **Ιξώδες** η εσωτερική τριβή μέσα σ' ένα ρευστό

για να κινείται η πλάκα με u =σταθ. πρέπει $F = F_{\text{ΤΡΙΒΩΝ}}$

$$F_{\text{ΤΡΙΒΩΝ}} = n \cdot A \cdot \frac{v}{l}$$



πάνω πλάκα $v = v$
κάτω πλάκα $v = 0$

όπου n **συντελεστής ιξώδους**
σε $\frac{N \cdot s}{m^2}$ (S.I.) $1 \text{ poise} = 10^{-1} \frac{N \cdot s}{m^2}$

Νευτώνεια είναι τα ρευστά των οποίων η εσωτερική τριβή υπολογίζεται από τη παραπάνω σχέση
το αίμα δε θεωρείται Νευτώνειο ρευστό